圧縮コイルばねの横剛性の高校レベルの実験的検証

八島颯平

要旨

本研究では，圧縮コイルに横荷重を加えたときの変形のしにくさを「圧縮コイルばねの横剛性」と呼ぶ。横剛性を数値によって表す指標として，横荷重 Q と横たわみ δ の比(Q/δ)を「横方向のばね定数 α」と定義した。本研究では，微小変形理論における横荷重と横たわみの関係を示した既知の理論を基に，求められる横方向のばね定数 α の理論式の妥当性，及び圧縮コイルばねの横方向挙動の性質を検証した。実験では段階的に荷重を増加させ，各荷重点段階で圧縮コイルばねの先端の横たわみを記録した。無荷重段階からある荷重段階までのグラフから得られる決定係数 R^2 が 0.9995 以上を維持する最大荷重を微小変形の適用限界と定め，横方向のばね定数 α の実測値を算出した。予測値と実測値はよく一致し，高校レベルの実験において横方向のばね定数 α の理論式の妥当性と圧縮コイルばねの横方向挙動の性質を検証することができた。

キーワード：横剛性　横荷重　横たわみ　微小変形理論

Ⅰ．はじめに

日本機械学会によると，剛性とは物体が外力を受けたときの変形のしにくさを表す。本研究では，圧縮コイルばねを一端固定･他端自由に設定して，自由端に横荷重を加えたときの変形のしにくさを「圧縮コイルばねの横剛性」と呼ぶ。圧縮コイルばねの横剛性を具体的な数値によって表す指標として，横荷重 Q とそれによって生じる先端の横たわみ δ の比（Q/δ）を「横方向のばね定数 α」と定義した。

$$\alpha = \frac{Q}{\delta} \quad (1)$$

圧縮コイルばねの横たわみについて，亘理・小林（1959）によると，図 1 のように圧縮コイルばねを一端固定・他端自由に設定して，その自由端に横荷重 Q を加えたとき，微小変形理論に基づき，横荷重 Q のみによる横たわみ δ を次のように表している。

$$\delta \approx \frac{64nQR^3}{Ed^4}\left\{1+\frac{1}{3}\left(\frac{H}{R}\right)^2\left(1+\frac{E}{2G}\right)\right\} \quad (2)$$

n:ばねの有効巻数
R:コイル平均径
H:自由長
d:線径
E:縦弾性係数（ヤング率）
G:横弾性係数（剛性率）

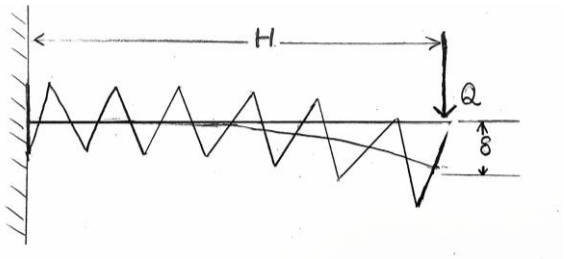


図 1 横荷重 Q のみによる横たわみ δ

式 2 で示した横たわみの理論式から，圧縮コイルばねの横方向のばね定数 α は次のように表すことができるとわかる。

$$\alpha = \frac{Q}{\delta} \approx \frac{1}{\frac{64nR^3}{Ed^4}\left\{1+\frac{1}{3}\left(\frac{H}{R}\right)^2\left(1+\frac{E}{2G}\right)\right\}} \quad (3)$$

本研究では，圧縮コイルばねの横方向の挙動を評価するため，先行研究を基に算出される横方向のばね定数 α の予測値 α と，高校レベルの実験に基づく実測値 α'の比較を行い，圧縮コイルばねに横荷重を加えたときの横方向挙動の性質を検証した。

Ⅱ. 手法

圧縮コイルばねにはアキュレイトの DC625 を

用いた。圧縮コイルばねの片端をフック状に加工し，図 2 のような試験体を製作した。

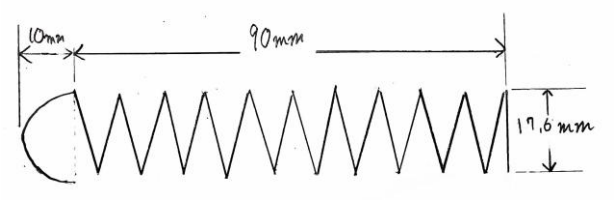


図 2 製作した試験体の寸法

本実験で製作した試験体の諸元を以下に示す。

・ばねの有効巻数 $n = 10$
・コイル平均径 $R = 16.0$ mm
・自由長 $H = 90$ mm
・線径 $d = 1.6$ mm
・縦弾性係数 $E = 2.06 \times 10^5$ N/ mm^2
・横弾性係数 $G = 7.85 \times 10^4$ N/ mm^2

本実験では，図 3 のように試験体の先端面の端面中心に細糸を固定し，無荷重段階での中心軸と垂直方向に牽引して横荷重を与えた。試験体の横荷重の測定には，スマートカート（島津理化・101-350（赤））に内蔵されたデジタル力センサを使用した。試験体の固定には万力を用い，圧縮コイルばねの高さ調整と滑りの防止のため，図 4 のように木材片を介してフック部を挟持した。細糸が牽引方向と同一直線状になるよう，実験装置を製作した。

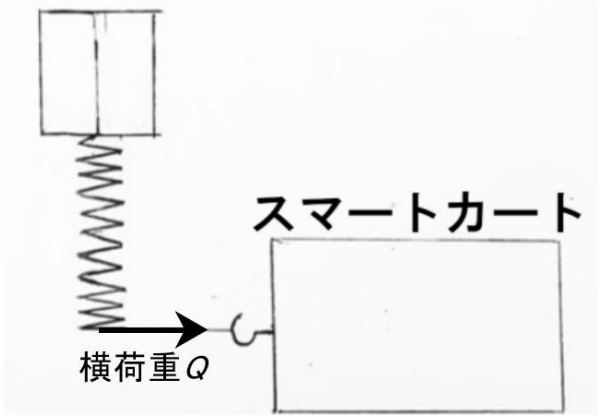


図 3 製作した実験装置の模式図

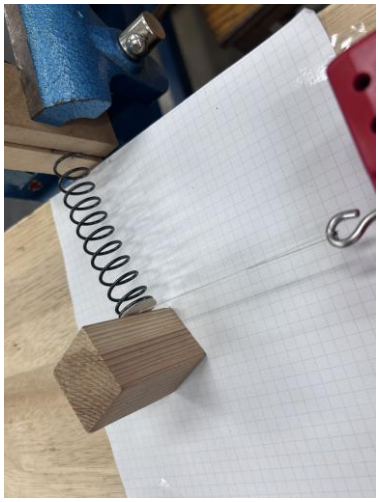


図 4 製作した実験装置の写真

図 4 のように試験体の鉛直下方に記録紙を設置し，横荷重を 0.0 N から 3.1 N まで 0.1 N ずつ増加させ，各荷重段階において細糸を固定した点の投影点を直方体のブロックを用いてプロットした。

無荷重時の試験体の中心軸の投影点と各荷重時の投影点の距離を横たわみとして記録した。

III. 結果

本実験により得られたデータから，横荷重 Q と横たわみ δ の関係を示すグラフ（図 5）を作成した。

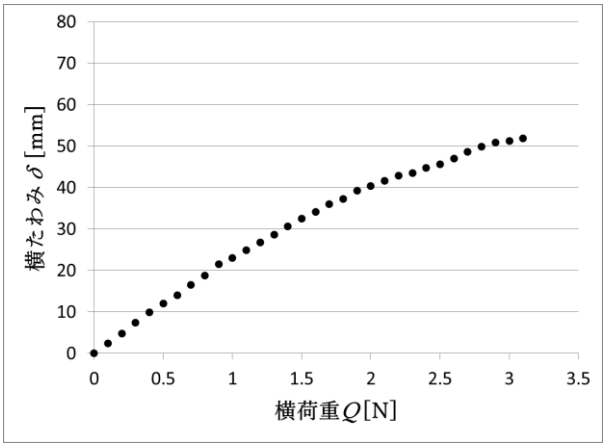


図 5 横荷重と横たわみの関係

IV. 考察

本実験では，ばねの自重による鉛直方向の初期たわみを無視して解析を行った。その妥当性につ

いて検討すると，ばねの自重（約 9 g）は等分布荷重として作用するため，先端における等価集中荷重へと置換することで，全重量の 3/8 に相当する集中荷重と評価できる。具体的には約 0.033 N の等価集中荷重とみなすことができ，これは本実験の最小荷重（0.1 N）に対しても十分小さいので無視しても妥当と判断できる。

本実験で用いた試験体の諸元に基づき，横方向のばね定数 α の予測値 α を算出すると次のようになる。

$$\frac{\delta}{Q} \approx 23.92 \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{Q}{\delta} \approx 0.04181 \quad (5)$$

本実験では線形近似の妥当な範囲の基準として，グラフのばらつきの指標となる決定係数 R^2 を採用した。横荷重と横たわみの関係のグラフ（図 5）において，0.0 N からある荷重段階までの実験データから算出される決定係数 R^2 が 0.9995 以上となる最大の荷重段階を本実験における微小変形理論の適用限界とした。

以上のことから，横荷重と横たわみの関係と，無荷重段階から 0.4 N までのデータに対して最小二乗法を用いて得られた原点を通る近似直線とを示したグラフを作成した（図 6）。

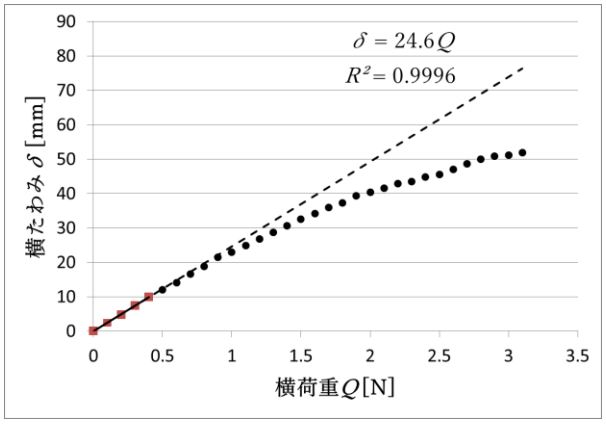


図 6 横荷重と横たわみの関係と，原点付近の近似直線

近似直線の傾きから，試験体における横方向のばね定数 α の実測値 α'と，予測値 α との相対誤差を算出すると次のようになる。

$$\alpha' = \frac{Q}{\delta} \approx 0.04065 \quad (6)$$

$$\left(\text{相対誤差}\right) = \frac{|\alpha' - \alpha|}{\alpha'} \times 100 = 2.8\ [\%] \quad (7)$$

式 7 における相対誤差の値は，圧縮コイルばねの先端に横荷重を加えたときの横方向のばね定数 α について，先行研究に基づいて得られた予測値 α（式 5）と本実験によって得られた実測値 α'（式 6）とがよく一致していることを示している。以上のことから，圧縮コイルばねの横方向のばね定数 α を求めた理論式（式 3）は高い再現性を持つことがわかる。

V. 結論

既知の理論式に基づいて求めた予測値 α（式 5）と実測値 α'（式 6）がよく一致し，高校の実験環境において，圧縮コイルばねの横方向のばね定数 α を求めた理論式（式 3）の妥当性，並びにばねの横方向挙動の性質を実験から検証することができた。

謝辞

研究の指導をしてくださった米谷教諭をはじめとする物理科の先生方に感謝いたします。

文　献

亘理厚・小林節夫（1959）：コイルバネ設計に関する一般式について．ばね論文集，5，89-95.

日本機械学会 https://www.jsme.or.jp/jsme-medwiki/doku.php?id=07:1003968