

掛谷問題 ～その2～

問題 1 (掛谷問題) 長さ 1 の線分を 1 回転することのできる領域で、面積最小のものは何か。

長さ 1 の線分を線分 AB とします。とりあえず、広い領域があれば AB を 1 回転できますが、どこまでその領域を狭めることができるというのが掛谷問題です。まず考えつくのが次のような領域でしょう。

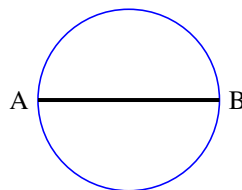


図 1

図 1 のような、 AB を直径とする円であれば、 AB の中点を回転の中心として 1 回転させることができます。しかし、最小の領域でしょうか。掛谷は、前回引用した研究ノートの続きに次のような図をあげています。

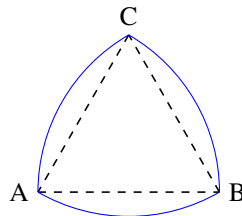


図 2

図 2 は $\triangle ABC$ は正三角形であり、周りは正三角形の 1 辺を半径とする弧となっている図形です。この領域の中でどのように回転させればよいかイメージができますか。次のように動かしていきます。

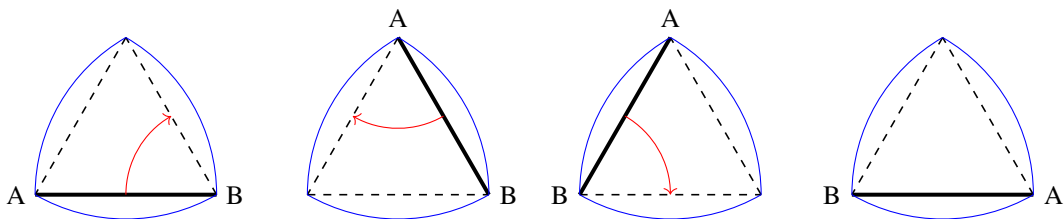


図 3

このように回転させると、ちょうど線分 AB が半回転したのがわかりますか。この操作をもう一度繰り返せば、線分 AB は 1 回転することになります。掛谷はこれが解答だと考えていたのですが、まだまだ、小さいものが見つかります。皆さんも考えてください。それでは、また来週 !!