

ベン図 ～ その2 ～

前回, 2つの集合からなるベン図と3つの集合からなるベン図を載せましたが, ある特徴に気が付いたでしょうか. 円を使ってかかれているということも1つの特徴ですが, 円の配置方法に注目してください. これらの図は円が対称的に配置されて作られています. 2つのベン図であれば 180° ずつ回転した位置に, 3つのベン図であれば 120° ずつ回転した位置に円が配置されています. この真似をして4つのときに 90° ずつ回転させて配置をすると, 前回かいたように14領域しかできず正しいベン図となりません.

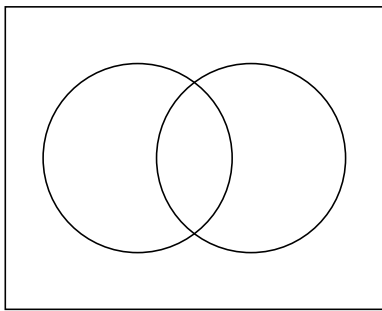


図1 2つの集合のベン図

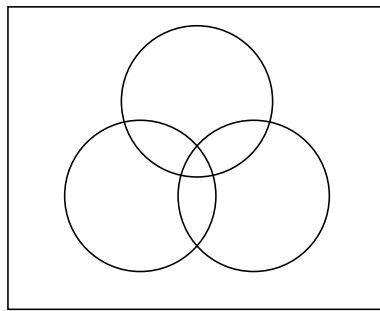


図2 3つの集合のベン図

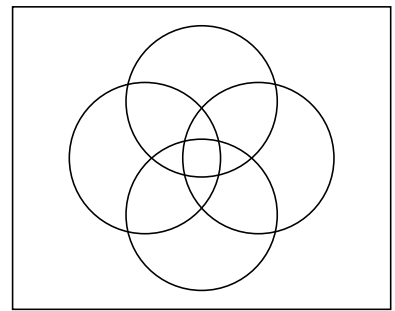


図3 4つの集合のベン図?

4つの集合からなるベン図に関しては, 1種類の楕円を4つ配置することでかけることが知られています. しかし, 線対称性はありますが回転対称性は崩れてしまいます. ところが, 5つの集合からなるベン図に関しては, 楕円を回転対称性(72° ずつ回転)をもつように配置することができることが知られています. 前回の最後の図は7つの集合のベン図を表していて, 太線が1つの集合であり回転対称性をもつように配置できています.

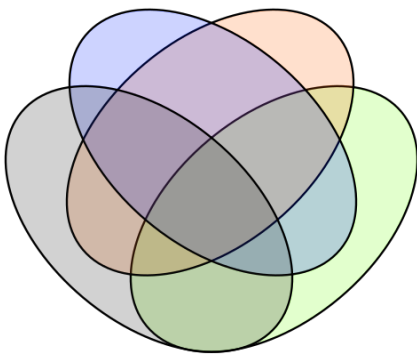


図4 4つの集合のベン図

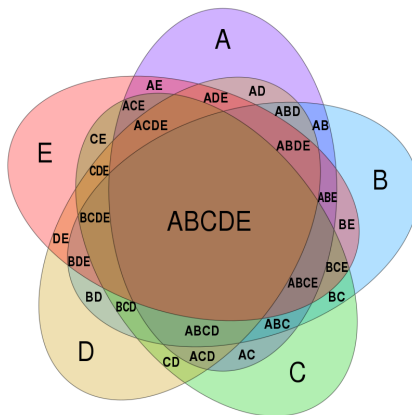


図5 5つの集合のベン図

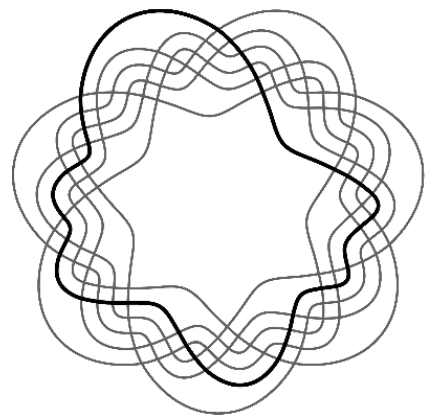


図6 7つの集合のベン図

このように見えてくると, 回転対称をもつように配置できるときとできないときは, 何によって決まるのか疑問になりますよね. 察しがいい方は気づいたかもしれませんが, 素数が関係しています. ベン図に関して, 「回転対称なベン図がかけることと, 集合の個数が素数であることは同値である.」という定理が存在します. こんなところにも素数が関係するのは不思議ですよ. ぜひ, 対称性のつよい11個からなるベン図などを調べてみてください. ちなみに, このようなことがわかったのは2000年に入ってからのことです. それでは, また来週!!