直線アレンジメント　～その 1 ～

前回までベン図についてお話してきましたが, なぜ 4 つの集合からなるベン図は円だけでは表現できないのでしょうか. ここにはアレンジメントといわれる数学の 1 つの分野が関係してきます. 今回からは, 4 つの集合からなるベン図が円だけでは表現できないことを証明するための準備として, 直線配置による領域数のお話をしていきます.

平面アレンジメントとは, 平面上に直線や曲線を配置したとき (描いたときと読み替えてもらって構いません) にできる交点や線, 領域について研究する分野です. 例えば, 平面上に 3 本の直線を配置したときにできる領域数について考えてみましょう. このとき, 3 本の配置には何種類のパターンがあるでしょうか.

図 1　3 本とも平行

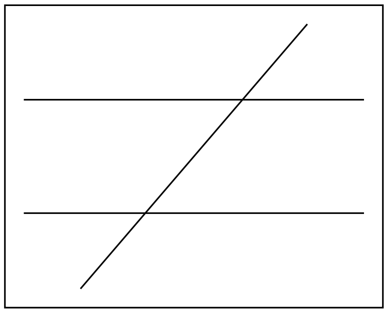

図 2　2 本のみ平行

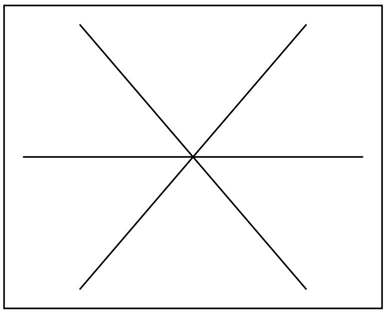

図 3　3 本が 1 点で交わる

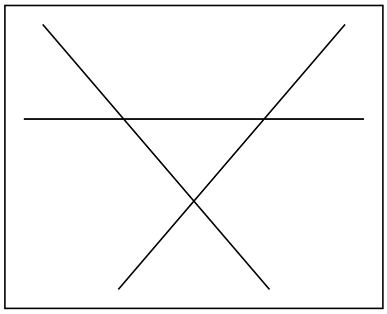

図 4　平行がなく 3 本が 1 点で交わらない

このように 4 種類の配置パターンがあります. それぞれ分割された領域数を数えてみると図 1 から順に, 4 領域, 6 領域, 6 領域, 7 領域となり最大となる配置が図 4 のときであることがわかります. 実は, 平行線が存在せず, さらに 3 本が 1 点で交わらないように直線を配置したときが領域数が最大になることが知られており, この平行線が存在せず, さらに 3 本が 1 点で交わらない配置を数学の用語で**一般の位置**といいます. また, 領域数に注目すると 5 領域が存在しないことがわかります. このように直線の本数が与えられたとき, 実現できない領域数も存在しています. このように直線配置について研究するのが直線アレンジメントと呼ばれる分野です. では, 一般の位置に n 本の直線を配置したときには何領域できるのでしょうか. 具体的に 5 本ぐらいまで調べると規則が見つかると思うのでぜひチャレンジしてみてください. 解説は次回にします. そして, これがベン図の問題につながっていきます. それでは, また来週 !!