

## 4つの円によるベン図 ～16領域はなぜ作れない?～

それでは、4つの集合のベン図が円で表現できない理由について考えていきましょう。平面上における2つの円の配置について考えてみると、図1から図3のように3つのパターンが存在します。前回、直線アレンジメントの回で見てきたように、新しく描き加える曲線が何領域を通過するかが領域数と密接に関係しています。

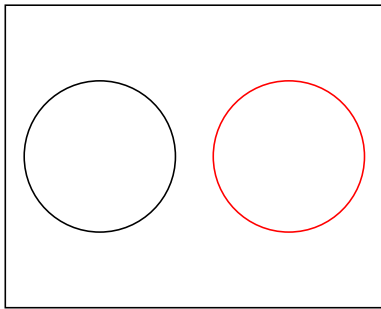


図1 離れている2つの円

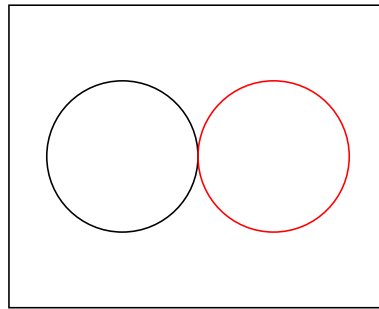


図2 接する2つの円

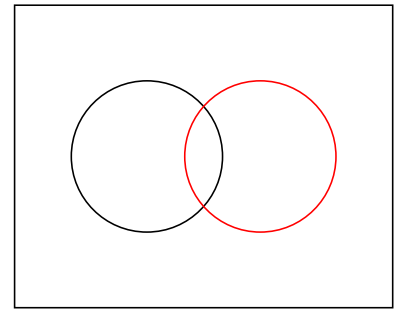


図3 交わる2つの円

図1から図3では新しく描き加えた円が、赤で表されている円としてください。図1, 図2では、赤い円を描き加えることにより新しく領域が1つ増えていることがわかります。図3では新しく領域が2つ増えています。これは、図3では赤い円は元の円によって2つの弧に分かれることで領域が2つ増えるのに対し、図1, 図2では赤い円は元の円の影響を受けずに1つの円のままなので領域は1つしか増えないと考えられないでしょうか(前回の直線が円になっただけで考え方は同じです)。

このことから、新しく描き加える円がなるべく多くの弧に分割されると領域が多くなることがわかると思います。例えば図4のように3つ目の円(赤い円)が2つの弧にしか分割されなければ2つしか新しい領域は増えません。しかし、図5のように3つ目の円が4つの弧に分割されるように配置すれば4つの新しい領域が生まれます。では、どのようにしたら、多くの弧に分割できるのでしょうか。それは、もともと描かれている円となるべく多くの交点をもつように配置することです。図1から図3で見たように、1つの円とは最大2つの交点をもちます。そのため新しく描き加える円を、今までの円のすべてと交わるように描いたときが一番領域数が増える図となることがわかるでしょう。

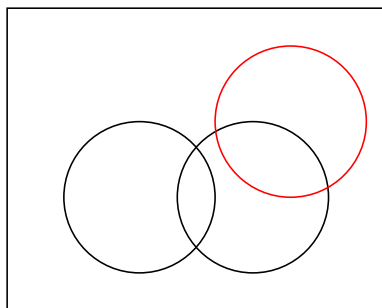


図4 3つ目の円 その1(領域数4から6)

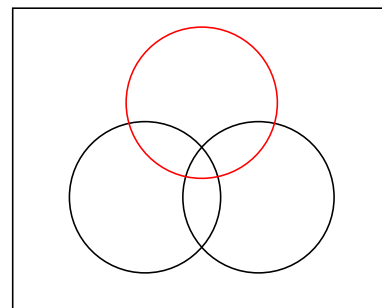


図5 3つ目の円 その2(領域数4から8)

よって、最初の円で2領域、2つ目の円で元の円と交点が2つできることで2領域増え4領域、3つ目の円で元の2つ円と交点が4つできることで4領域増え8領域、4つ目の円で元の3つ円と交点が6つできることで6領域増え14領域が4つの円のときの最大領域数となります。そのため16領域は作れないことがわかりました。では、また来週!!